

Stochastik für die Informatik Hausaufgabenblatt 2

Ausgabe: 28.10. – Abgabe: 4.11, Besprechung in den jeweiligen Tutorien (7. 11. - 11. 11.)

Hausaufgabe 2.1 (Bedingte Wahrscheinlichkeiten)

3 Punkte

Im U-Bahnhof Bockenheimer Warte beobachten wir einen Zug der U-Bahn-Linie U4, einen Zug der U6 und einen Zug der U7. Die U4 kommt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{8}{10}$ pünktlich, die U6 mit Wahrscheinlichkeit $\frac{6}{10}$ und die U7 mit Wahrscheinlichkeit $\frac{5}{10}$, dabei ist jeder Zug pünktlich unabhängig von allen anderen. Falls genau zwei von den drei Zügen pünktlich waren, was ist wahrscheinlicher: die U7 war pünktlich, oder die U7 war nicht pünktlich?

Hausaufgabe 2.2 (Nachrichtenübertragung)

3 Punkte

Über einen Kanal werde eines von den drei „Wörter“ $AAAA$, $BBBB$ und $CCCC$ übertragen, wobei die Wahrscheinlichkeit des Sendens dieser Wörter 0.4, 0.2 bzw. 0.4 betrage. Durch ein Rauschen werde die Übertragung gestört, wobei ein einzelner Buchstabe mit Wahrscheinlichkeit 0.7 richtig übertragen werde. Andernfalls wird einer der anderen beiden Buchstaben gleichwahrscheinlich empfangen. Die Störung verschiedener Buchstaben werde als unabhängig angenommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass $AAAA$ gesendet wurde, wenn $ABCA$ empfangen wurde.

Hinweis: Bezeichnen Sie mit S_* bzw. E_* die Ereignisse, dass $*$ gesendet bzw. empfangen wurde. Berechnen Sie zunächst $\mathbb{P}(E_{ABCA})$.

Hausaufgabe 2.3 (Paarweise Unabhängigkeit)

4 Punkte

Eine faire Münze wird zweimal geworfen. Wir betrachten die Ereignisse:

A : Kopf bei Wurf 1,

B : Zahl bei Wurf 2,

C : Es wird einmal Kopf und einmal Zahl geworfen.

- Geben Sie einen geeigneten Laplace-Raum an.
- Zeigen Sie, dass je zwei dieser Ereignisse unabhängig sind.
- Zeigen Sie, dass A , B , C nicht unabhängig sind.
- Definieren Sie ein Ereignis D auf dem Laplace Raum, sodass A , B , D unabhängig sind.

Hausaufgabe 2.4 (Verteilungen von Zufallsvariablen)

6 Punkte

Es sei $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ und $\mathbb{P}(\omega_1) = 1/3$, $\mathbb{P}(\omega_2) = \mathbb{P}(\omega_3) = 1/4$ und $\mathbb{P}(\omega_4) = 1/6$. Wir definieren Zufallsvariablen X , Y und Z durch

ω_i	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
$X(\omega_i)$	1	2	2	1
$Y(\omega_i)$	2	1	1	2
$Z(\omega_i)$	1	2	1	1

- (a) Zeigen Sie, dass X und Y die gleiche Verteilung haben.
- (b) Bestimmen Sie die Verteilungen der Zufallsvariablen $X - Z$, $\frac{XY}{Z}$ und X^Z .
- (c) Berechnen und skizzieren Sie die Verteilungsfunktion $F_{X-Z}(x)$ von $X - Z$ und $F_{\frac{XY}{Z}}(x)$ von $\frac{XY}{Z}$.

Hinweise zur Bearbeitung der Aufgaben:

- Die Hausaufgabenblätter werden Freitags auf Moodle veröffentlicht und enthalten Hausaufgaben, die in der darauffolgenden Woche entweder **vor der Vorlesung am Freitag um 12:00 Uhr** in Hörsaal V abzugeben sind oder **vor Freitag 12:00 Uhr** in das Schließfach Ihres Tutors (Robert-Mayer-Straße 6-8, 3. Stock) eingeworfen werden müssen.
- Die Hausaufgaben werden anschließend in den Tutorien der nächsten Woche besprochen.