

Mathematische und statistische Methoden für Pharmazeut*innen

Prof. Dr. Noemi Kurt
FB 12, Institut für Mathematik, Goethe-Universität Frankfurt

Sommersemester 2023

Vorlesung 4

Inhalt

- ▶ Mischungsrechnung: Mischungskreuz, Beispiele
- ▶ Funktionen, Definitionsbereiche, Wertebereiche
- ▶ Wichtige Funktionstypen (linear, Potenzfunktion, Logarithmusfunktion, Exponentialfunktion)

Lernziele

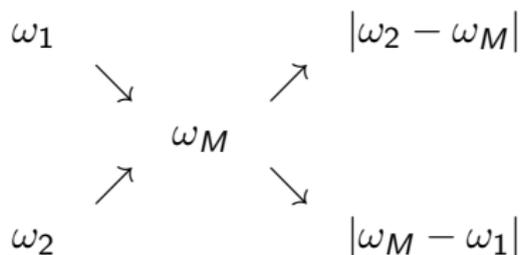
- ▶ Mit dem Mischungskreuz arbeiten können
- ▶ Mit Funktionen, Definitions- und Wertebereichen umgehen können
- ▶ Wichtigste Funktionstypen und ihre Eigenschaften kennen

Benötigte Vorkenntnisse

- ▶ Mengen und Funktionen
- ▶ Rechenregeln, Potenz- und Logarithmengesetze

Rechnen mit dem Mischungskreuz

Mischungskreuz:



- ▶ Mitte: Konzentration der zu mischenden Lösung
- ▶ Links: Konzentrationen der vorhandenen Lösung
- ▶ Rechnung: Subtraktion in Pfeilrichtung: Größerer Wert - kleinerer Wert
- ▶ Rechts: Ergebnisse der Subtraktion

Ergebnis: Das gewünschte **Massenverhältnis** entspricht dem Quotienten der Einträge auf der rechten Seite des Mischungskreuzes.

Funktionen

- ▶ Eine **Funktion** f ist eine Vorschrift, die jedem Wert x aus einem **Definitionsbereich** $D(f) \subseteq \mathbb{R}$ genau einen Wert $f(x)$ zuordnet. Der maximale Definitionsbereich enthält dabei alle Zahlen x , für welche $f(x)$ definiert ist.
- ▶ Der **Wertebereich** einer Funktion f ist die Menge aller Werte, welche f annehmen kann,

$$W(f) = \{y : \text{es gibt mindestens ein } x \text{ mit } f(x) = y\}.$$

- ▶ Der **Graph** von f ist die Darstellung der Paare x und $f(x)$ in einem geeigneten Koordinatensystem.

Geraden, lineare Funktionen

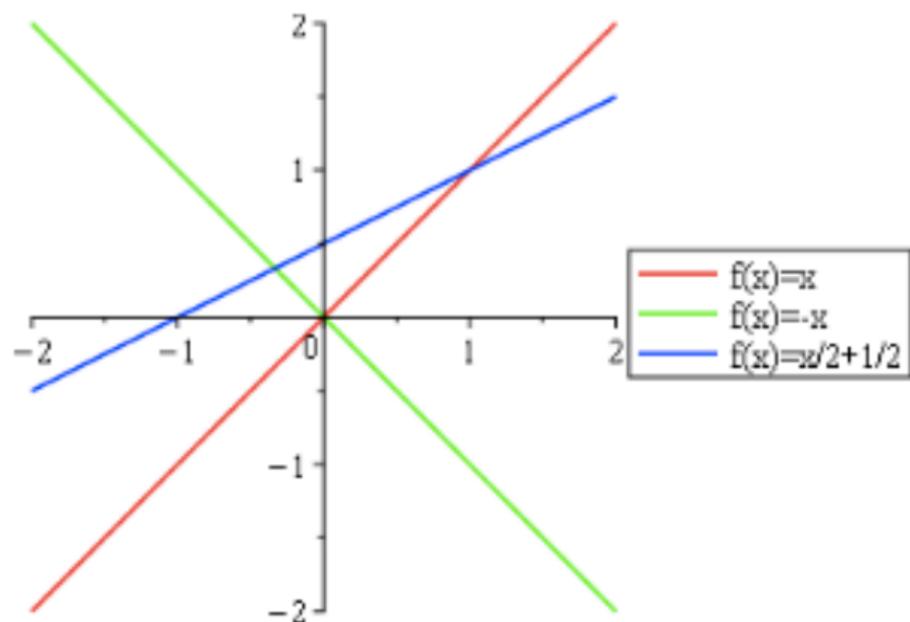


Abbildung 1: $f(x) = x, -x, \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

Geraden, lineare Funktionen

Funktionen der Form

$$f(x) = ax + b \quad \text{mit } a, b \in \mathbb{R}$$

bilden **Geraden**.

- ▶ Bedeutung von der Parameter: a ist die **Steigung**, b der Achsenabschnitt (Verschiebung nach oben oder unten).
- ▶ Maximaler Definitionsbereich: \mathbb{R}
- ▶ Wertebereich: \mathbb{R}
- ▶ Spezialfälle: Identität $f(x) = x$, konstante Funktion $f(x) = b$ für jedes $x \in \mathbb{R}$.
- ▶ Lineare Funktionen sind Geraden mit $b = 0$.

Potenzfunktionen

Funktionen der Form

$$f(x) = x^n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad \text{oder} \quad f(x) = ax^n, \quad n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}$$

- ▶ n der Exponent, a der Vorfaktor
- ▶ Maximaler Definitionsbereich: \mathbb{R}
- ▶ Wertebereich: \mathbb{R} falls n ungerade, $[0, \infty[$ falls n gerade
- ▶ Spezialfälle: Quadratische Funktion $f(x) = x^2$, kubische Funktion $f(x) = x^3$

Potenzen

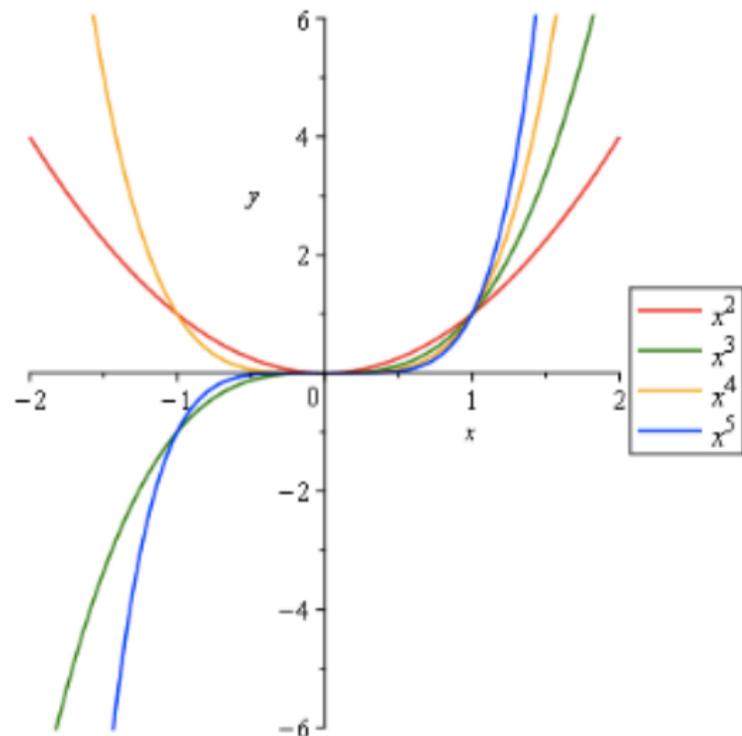


Abbildung 2: $f(x) = x^2, x^3, x^4, x^5$

Wurzelfunktionen

Funktionen der Form

$$f(x) = \sqrt[n]{x} = x^{1/n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

- ▶ Maximaler Definitionsbereich: \mathbb{R} falls n ungerade, $[0, \infty[$ falls n gerade
- ▶ Wertebereich: \mathbb{R} falls n ungerade, $[0, \infty[$ falls n gerade
- ▶ Spezialfall: $f(x) = \sqrt{x}$

Wurzelfunktionen

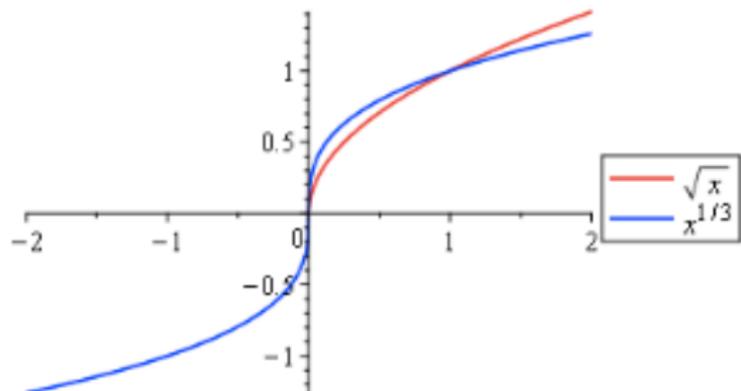


Abbildung 4: $f(x) = \sqrt{x}$ und $f(x) = \sqrt[3]{x}$

Logarithmusfunktion

Funktionen der Form

$$f(x) = \log_b x, \quad b > 1$$

- ▶ Maximaler Definitionsbereich: $]0, \infty[$
- ▶ Wertebereich: \mathbb{R}
- ▶ Spezialfall: $f(x) = \ln x$
- ▶ Eigenschaften: Wachsende Funktion, $\log_b 1 = 0$

Logarithmus

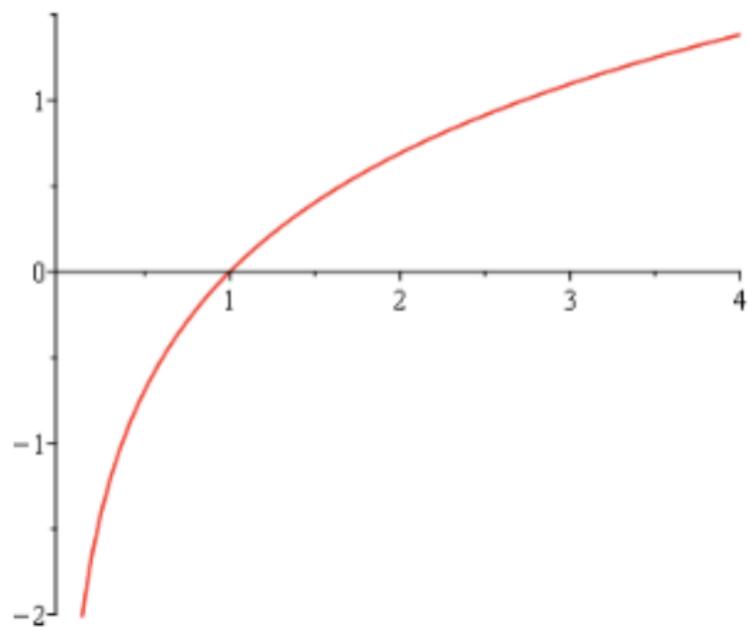


Abbildung 5: $f(x) = \ln x$

Exponentialfunktion

$$f(x) = e^x,$$

mit $e = 2.718281\dots$ die Euler'sche Zahl.

- ▶ Maximaler Definitionsbereich: \mathbb{R}
- ▶ Wertebereich: $]0, \infty[$
- ▶ Wachsende Funktion, $e^0 = 1$
- ▶ Allgemeiner: $f(x) = a^x, a \in \mathbb{R}$

Exponentialfunktion

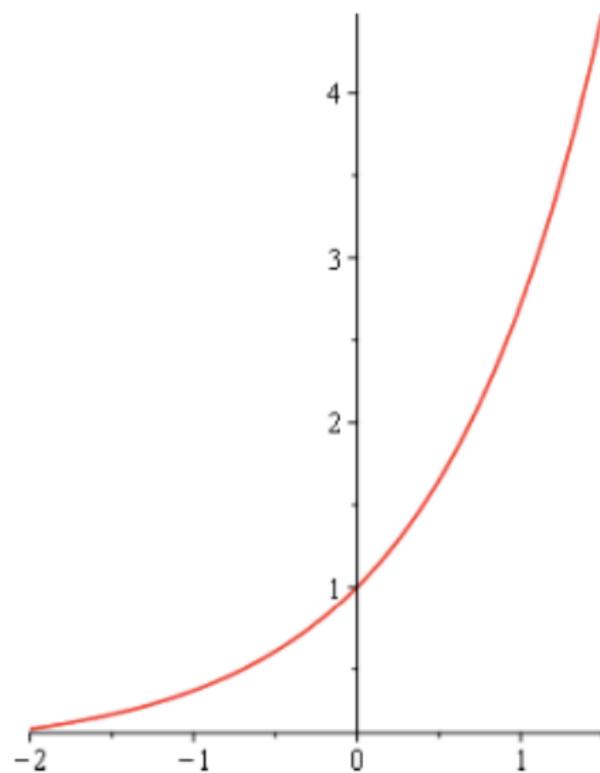


Abbildung 6: $f(x) = e^x$

Weitere Funktionen

- ▶ Kehrwert: $f(x) = \frac{1}{x}$,
maximaler Definitionsbereich: Reelle Zahlen außer 0,
Wertebereich: \mathbb{R}
- ▶ Negative Potenzfunktionen, $f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$
- ▶ Betragsfunktion $f(x) = |x|$, wobei

$$|x| = \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{sonst} \end{cases}$$

Definitionsbereich: \mathbb{R} , Wertebereich: $[0, \infty[$

Weitere Begriffe:

- ▶ Verknüpfung von Funktionen (Beispiele)
- ▶ Umkehrfunktionen (Beispiele)