

Stochastik für die Informatik Hausaufgabenblatt 3

Ausgabe: 4.11. – Abgabe: 11.11, Besprechung in den jeweiligen Tutorien (14. 11. - 18. 11.)

Hausaufgabe 3.1 (Verteilungen von Zufallsvariablen)

6 Punkte

Es sei $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ und $\mathbb{P}(\omega_1) = 1/3$, $\mathbb{P}(\omega_2) = \mathbb{P}(\omega_3) = 1/4$ und $\mathbb{P}(\omega_4) = 1/6$. Wir definieren Zufallsvariablen X , Y und Z durch

ω_i	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
$X(\omega_i)$	1	2	2	1
$Y(\omega_i)$	2	1	1	2
$Z(\omega_i)$	1	2	1	1

- Zeigen Sie, dass X und Y die gleiche Verteilung haben.
- Bestimmen Sie die Verteilungen der Zufallsvariablen $X - Z$, $\frac{XY}{Z}$ und X^Z .
- Berechnen und skizzieren Sie die Verteilungsfunktion $F_{X-Z}(x)$ von $X - Z$ und $F_{\frac{XY}{Z}}(x)$ von $\frac{XY}{Z}$.

Hausaufgabe 3.2

4 Punkte

Ein Berliner Wohnhaus bestehe aus 10 Wohnungen $1, \dots, 10$, deren Miete am Anfang eines Jahres jeweils mit Wahrscheinlichkeit p unabhängig voneinander erhöht wird, wobei $0 < p < 1$.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Miete der Wohnung 1 erhöht wird, jedoch die Miete der anderen Wohnungen nicht.
- Sei X die Anzahl der Wohnungen mit erhöhter Miete. Wie ist X verteilt? Begründen Sie ihre Antwort.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Miete von genau zwei Wohnungen erhöht wird.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Miete der Wohnungen 1 und 8 erhöht wird.

Hausaufgabe 3.3

6 Punkte

40% der Bewerber für einen Job verfügen über fortgeschrittene Computerkenntnisse. Bewerber führen nacheinander Vorstellungsgespräche und sind zufällig unabhängig voneinander aus einer Bewerberliste gewählt. X bezeichne die Anzahl der Vorstellungsgespräche, die geführt werden müssen, um den ersten Bewerber mit fortgeschrittenen Computerkenntnissen zu finden.

Hinweis: Zur Modellierung dürfen Sie annehmen, dass die Liste der Bewerber unendlich lang ist.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Bewerber mit fortgeschrittenen Computerkenntnissen im dritten Vorstellungsgespräch gefunden wird?

- (b) Wie ist X verteilt? Geben Sie die Verteilung explizit an.
- (c) Berechnen Sie $\mathbb{P}(X > k)$.
- (d) Zeigen Sie, dass die Verteilung von X *gedächtnislos* ist, d.h., dass

$$\mathbb{P}(X > k + n | X > k) = \mathbb{P}(X > n)$$

für jedes $k \in \mathbb{N}$ und $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.

- (e) $p \in (0, 1)$ beschreibe die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bewerber für den Job über fortgeschrittene Computerkenntnisse verfügt. Welches $p \in (0, 1)$ maximiert die Wahrscheinlichkeit, dass die Firma den ersten Bewerber mit fortgeschrittenen Computerkenntnissen im dritten Vorstellungsgespräch findet?

Hinweise zur Bearbeitung der Aufgaben:

- Die Hausaufgabenblätter werden Freitags auf Moodle veröffentlicht und enthalten Hausaufgaben, die in der darauffolgenden Woche entweder **vor der Vorlesung am Freitag um 12:00 Uhr** in Hörsaal V abzugeben sind oder **vor Freitag 12:00 Uhr** in das Schließfach Ihres Tutors (Robert-Mayer-Straße 6-8, 3. Stock) eingeworfen werden müssen.
- Die Hausaufgaben werden anschließend in den Tutorien der nächsten Woche besprochen.