

Stochastik für die Informatik Hausaufgabenblatt 6

Ausgabe: 25.11. – Abgabe: 02.12, Besprechung in den jeweiligen Tutorien (05. 12. - 09. 12.)

Hausaufgabe 6.1

4 Punkte

Ein fairer Würfel wird viermal geworfen, sei X_i die Augenzahl beim i -ten Wurf. Seien $Z = \sum_{i=1}^4 X_i$ und $W = 4X_1$.

Berechnen Sie $\mathbb{E}Z$, $\mathbb{E}W$, $\mathbb{V}Z$ und $\mathbb{V}W$. Vergleichen Sie $\mathbb{E}Z$ mit $\mathbb{E}W$ und $\mathbb{V}Z$ mit $\mathbb{V}W$. Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Augenzahlen in 6 Würfeln größer als 28 ist, mit einer geeigneten Abschätzung (nicht trivialen) nach oben ab.

Hausaufgabe 6.2 (Ausdünnung/Markierung)

5 Punkte

Die Anzahl der Studierenden, die eine Sprechstunde für Stochastik für Informatiker besuchen, ist poissonverteilt mit Parameter $\lambda > 0$. Diese Studierende studieren jeweils mit Wahrscheinlichkeit p unabhängig voneinander Informatik, wobei $p \in (0, 1)$.

Sei X die Anzahl der Informatikstudierende, die die Sprechstunde besuchen, und sei Y die Anzahl der Studierende, die die Sprechstunde besuchen, aber keine Informatikstudierende sind. Zeigen Sie, dass X und Y unabhängig sind.

Hinweis: Sie dürfen die Lösung der Hausaufgabe 4.3 verwenden, wie Ihre Tutorin bzw. Ihr Tutor sie vorgestellt hat.

Hausaufgabe 6.3

3 Punkte + 1 Bonuspunkt

Sei X geometrisch verteilt mit Parameter $p \in (0, 1)$. Berechnen Sie die Varianz von X .

Hinweis: Verwenden Sie die geometrische Reihe und orientieren Sie sich an der Herleitung des Erwartungswertes (Beispiel 5.3 im Buch) für eine geometrisch verteilte Zufallsvariable.

Hausaufgabe 6.4

4 Punkte

Sei X geometrisch verteilt mit Parameter $p \in (0, 1)$ und Y unabhängig von X poisson-verteilt mit Parameter $1/p$. Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = (x - y)^2$ gegeben. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass Y um mehr als $1/p$ von $\sqrt{\mathbb{E}(f(X, Y))}$ abweicht, kleiner oder gleich p ist.

Hinweise zur Bearbeitung der Aufgaben:

- Die Hausaufgabenblätter werden Freitags auf Moodle veröffentlicht und enthalten Hausaufgaben, die in der darauf folgenden Woche entweder **vor der Vorlesung am Freitag um 12:00 Uhr** in Hörsaal V abzugeben sind oder **vor Freitag 12:00 Uhr** in das Schließfach Ihres Tutors (Robert-Mayer-Straße 6-8, 3. Stock) eingeworfen werden müssen.
- Die Hausaufgaben werden anschließend in den Tutorien der nächsten Woche besprochen.