

**Stochastik für die Informatik
 Hausaufgabenblatt 7**

Ausgabe: 02.12. – Abgabe: 09.12, Besprechung in den jeweiligen Tutorien (12. 12. - 16. 12.)

Hausaufgabe 7.1

7 Punkte

Es seien X und Y zwei Zufallsvariablen mit gemeinsamer Verteilung gegeben durch

$X \backslash Y$	1	2	3	4
1	$1/10$	$1/10$	$1/5$	$3/10$
2	0	$1/10$	$1/5$	0

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse $X = Y$ und $3X > Y$.
- Bestimmen Sie die Randverteilungen $\mathbb{P}(X = \cdot)$ und $\mathbb{P}(Y = \cdot)$ von X und Y und skizzieren Sie die Verteilungsfunktionen F_X und F_Y .
- Sind X und Y unabhängig?
- Berechnen Sie $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}Y$, $\mathbb{V}(X)$, $\mathbb{V}(Y)$ und $\text{cov}(X, Y)$.
- Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten $\text{corr}(X, Y)$ von X und Y .

Hausaufgabe 7.2

2 Punkte

Gegeben seien zwei unabhängige Zufallsvariablen X und Y . Vervollständigen Sie die folgende Tabelle:

$X \backslash Y$	1	2	$\mathbb{P}(X = \cdot)$
3		$1/9$	
4			
$\mathbb{P}(Y = \cdot)$	$1/3$		

Hausaufgabe 7.3

3 Punkte

X und Y seien unabhängige Bernoulli-verteilte Zufallsvariablen mit Parameter $p \in (0, 1)$. Berechnen Sie die gemeinsame Verteilung von $Z_1 = (2X - 1)Y$ und $Z_2 = \mathbb{1}_{\{X+Y>0\}}$. Für welche $p \in (0, 1)$ sind Z_1 und Z_2 unabhängig? Für welche $p \in (0, 1)$ sind Z_1 und Z_2 unkorreliert?

Hausaufgabe 7.4 (Beispiele und Gegenbeispiele)

4 Punkte

Welche der nachfolgenden Funktionen sind Dichtefunktionen?

- (a) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos x, & \text{falls } x \in [-\pi/2, \pi/2] \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$
- (b) $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{7 \ln 2 - 3.5} \ln x, & \text{falls } x \in [1/2, 4] \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$
- (c) $h(x) = \begin{cases} e^{2x} & \text{falls } x \leq 0 \\ e^{-2x} & \text{sonst,} \end{cases}$
- (d) $i(x) = \begin{cases} t^{-3} & \text{falls } x > 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

Für $b \in (1, \infty)$ sei $F_b : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben als:

$$F_b(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -3 \\ 1/2(x+3) & \text{für } -3 \leq x < -2 \\ 1/2 & \text{für } -2 \leq x < 1 \\ 1/2 + 1/4(x-1) & \text{für } 1 \leq x < b \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (e) Für welche $b > 1$ ist F_b eine Verteilungsfunktion? Für welche $b > 1$ ist F_b eine Verteilungsfunktion mit Dichte? Skizzieren Sie die Dichte, falls diese existiert.

Hinweise zur Bearbeitung der Aufgaben:

- Die Hausaufgabenblätter werden Freitags auf Moodle veröffentlicht und enthalten Hausaufgaben, die in der darauf folgenden Woche entweder **vor der Vorlesung am Freitag um 12:00 Uhr** in Hörsaal V abzugeben sind oder **vor Freitag 12:00 Uhr** in das Schließfach Ihres Tutors (Robert-Mayer-Straße 6-8, 3. Stock) eingeworfen werden müssen.
- Die Hausaufgaben werden anschließend in den Tutorien der nächsten Woche besprochen.