

**Stochastik für die Informatik**  
**Hausaufgabenblatt 8**

Ausgabe: 09.12. – Abgabe: 16.12, Besprechung in den jeweiligen Tutorien (19. 12. - 23. 12.)

---

**Hausaufgabe 8.1**

4 Punkte

Die Dauer  $T$  der Reparatur einer Maschine sei exponentialverteilt zum Parameter  $\lambda$ .

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Reparatur länger als  $t > 0$  Zeiteinheiten dauert? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie länger als  $t$  Zeiteinheiten dauert, wenn sie bereits  $s \in (0, t)$  Zeiteinheiten andauert, und noch nicht beendet ist? Was können Sie über die Verteilung Restdauer der Reparatur sagen?
- (b) Berechnen Sie  $\mathbb{E}[T|T > s]$  für  $s > 0$ .

**Hausaufgabe 8.2**

5 Punkte

Auf seinem Weg zur Arbeit muss Herr Mustermann jeden morgen erst auf den Zug und später nochmal auf einen Bus warten. Die Wartezeiten auf den Zug beziehungsweise Bus sind unabhängig von einander und exponentialverteilt mit Parametern  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , wobei  $\lambda_1 \neq \lambda_2$  ist. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Gesamtwartezeit sowie den Erwartungswert der kürzeren Wartezeit.

*Hinweis: Sie dürfen die Faltungsformel für stetige Zufallsvariablen mit Dichte verwenden, die besagt, dass die Dichte der Summe von zwei unabhängigen Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  gegeben ist durch*

$$f_{X+Y}(z) = \int_{\mathbb{R}} f_X(x)f_Y(z-x)dx.$$

**Hausaufgabe 8.3 (Pareto-Verteilung)**

3 Punkte

Sei  $X$  eine Zufallsvariable mit der Dichte

$$f_X(x) = \begin{cases} c \cdot x^{-\lambda}, & x \geq 1 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei  $\lambda > 1$  fest gewählt ist und  $c \in \mathbb{R}$  eine geeignete Konstante.

- (a) Bestimmen Sie  $c$ .
- (b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion  $F_X$  für  $\lambda > 1$  und skizzieren Sie sie für  $\lambda = 2$  zusammen mit der Dichtefunktion.

### Hausaufgabe 8.4

4 Punkte

Die Verteilung der Zufallsvariable  $Z$  ist wie folgt definiert. Eine faire Münze werde geworfen, und falls die Münze Kopf zeigt, sei  $Z$  gleichverteilt auf  $[1, 3]$ , sonst sei  $Z$  gleichverteilt auf  $[2, 4]$ .

- (a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion  $F_Z$  und die Dichte  $f_Z$  von  $Z$  und skizzieren Sie diese.
- (b) Berechnen Sie  $\mathbb{E}[Z^3]$ .

### Hinweise zur Bearbeitung der Aufgaben:

- Das neunte Hausaufgabenblatt wird bereits am Mittwoch den 14. Dezember herausgegeben und muss bis zum 21. Dezember 12:00 Uhr abgegeben werden.
- Die Hausaufgabenblätter werden Freitags auf Moodle veröffentlicht und enthalten Hausaufgaben, die in der darauf folgenden Woche entweder **vor der Vorlesung am Freitag um 12:00 Uhr** in Hörsaal V abzugeben sind oder **vor Freitag 12:00 Uhr** in das Schließfach Ihres Tutors (Robert-Mayer-Straße 6-8, 3. Stock) eingeworfen werden müssen.
- Die Hausaufgaben werden anschließend in den Tutorien der nächsten Woche besprochen.