

Stochastik für die Informatik

***** Weihnachtsblatt *** 1**

Ausgabe: 23.12. – Abgabe: 13.01, Besprechung in den jeweiligen Tutorien (16. 01. - 20. 01.)

Hausaufgabe 1.1 (Maximum-Likelihood-Methode)

5 Zusatzpunkte

Ein Experiment besteht darin die Anzahl der Versuche zu zählen, bis eine unfaire Münze Kopf zeigt (dieser erfolgreiche Versuch wird mitgezählt). Bei 10 Wiederholungen wurden folgende Anzahlen beobachtet

3 6 1 4 1 2 1 1 1 4

Die unbekannte Erfolgswahrscheinlichkeit für einen einzelnen Münzwurf sei p .

- Ermitteln Sie einen Schätzer für den Parameter p mittels der Maximum-Likelihood-Methode und geben Sie die Schätzung an.
- Schätzen Sie damit den Anteil der Experimente, in denen die Münze mindestens viermal geworfen werden muss.

Hausaufgabe 1.2 (Lineare Regression)

3 Zusatzpunkte

Die Korrosion eines bestimmten Metalls wird bestimmt, indem man es in trockenem Sauerstoff auf 500°C erhitzt. Nach einer bestimmten Reaktionszeit misst man die Gewichtszunahme der Probe und bestimmt so die Menge Sauerstoff, mit der die Probe reagiert hat. Dabei wurde ermittelt

Stunden	1	2	2.5	3	3.5	4
relative Gewichtszunahme	0.02	0.03	0.035	0.042	0.05	0.054

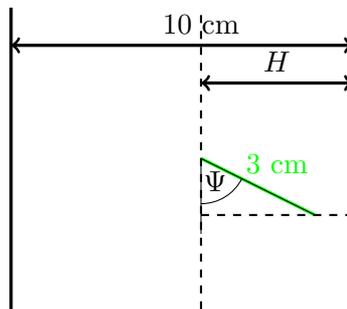
Bestimmen Sie die lineare Ausgleichsgerade und schätzen Sie die relative Gewichtszunahme nach 3.2 Stunden.

Hausaufgabe 1.3

4 Zusatzpunkte

Bei der Familie Mustermann gibt es die Tradition, dass die Kinder Mausi und Klausli sich eine Approximation für π überlegen müssen, bevor der Weihnachtsmann die Geschenke verteilt. Dieses Jahr haben Sie sich das folgende Verfahren überlegt: Mausi schüttelt am Weihnachtsbaum damit möglichst viele Nadeln herunterfallen. Der Weihnachtsbaum steht in einem Zimmer mit Holzdielen, die eine Breite von 10cm haben. Alle der N Nadeln die herunterfallen, haben eine Länge von 3cm und eine zu vernachlässigende Breite. Zudem gehen wir davon aus, dass die Nadeln sich gleichmäßig und unabhängig voneinander auf dem Fußboden verteilen. Klausli bestimmt nun die Anzahl X der Nadeln, die mehr als eine Diele berühren und behauptet, dass $\frac{3N}{5X}$ eine gute Approximation für π sei. Stimmt das für große N ?

Hinweis: Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass eine Nadel mehr als eine Diele berührt. Die zufälligen Größen Ψ und H in der Skizze unten könnten Ihnen dabei helfen.



Hausaufgabe 1.4

4 Zusatzpunkte

Um sich die Zeit vor Heiligabend zu verkürzen rollt Klausi alle $n \geq 1$ Lakritz-Schlangen aus, die er ins seinem Adventskalender gefunden. Anschließend verknötet er solange zwei zufällig ausgewählte Lakritz-Enden miteinander, bis alle Enden verknötet sind. Wie viele Ringe bilden die verknöteten Lakritz-Schlangen im Erwartungswert?

*Wir wünschen Ihnen ein frohes Fest
und einen guten Rutsch ins neue Jahr!*