

1. Les figures associées à certaines questions sont illustratives et ne sont pas faites à l'échelle. Cela ne sert à rien de mesurer.
2. Les manuels et les calculatrices ne sont pas permis. Les lattes, rapporteurs, équerres et compas sont autorisés.
3. Dans vos réponses, laissez des nombres comme π , e , $\ln 2 = \log_e 2$, $\ln 3$, ..., $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ..., sous leur forme symbolique.

Question	1	2	3	4	Total
Points	5	5	5	5	20

Question 1 **5 points**

La fonction g est donnée par

$$g(x) = \int_{-1}^1 f(u)|x - u|du,$$

où $x \in]-1, 1[$ et f est une fonction continue telle que $f(0) = 1$. (On notera que $|x - u|$ désigne la valeur absolue de $x - u$.)

(a) (3 points) Montrer que la dérivée de g est donnée par :

$$g'(x) = \int_{-1}^x f(u)du - \int_x^1 f(u)du.$$

(b) (2 points) Déterminer la dérivée seconde de la fonction g en $x = 0$.

Question 2 **5 points**

Calculer $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ en commençant par le changement de variable $x = \pi - y$.

Question 3 **5 points**

On donne la fonction

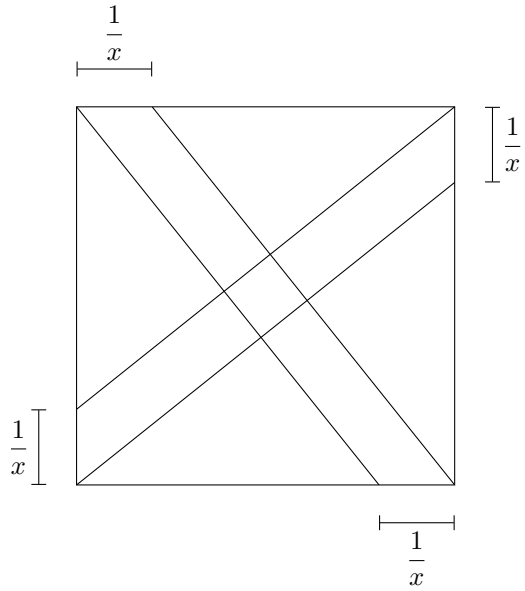
$$f(x) = \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right), \quad \forall x \in \left[-\frac{5\pi}{12}, -\frac{\pi}{3}\right].$$

(a) (3 points) Si $g(x) = -x - \frac{\pi}{6}$ et $h(x) = \frac{2}{\sin 2x} + \cos x$, montrer que $f(x) = h(g(x))$.

(b) (2 points) A l'aide du point précédent, déterminer la plus grande valeur atteinte par f sur le domaine donné.

Question 4 **5 points**

A l'intérieur d'un carré d'aire égale à 1, on construit un plus petit carré en reliant chaque sommet à un point du carré qui se trouve à une distance $\frac{1}{x}$ du sommet opposé, comme indiqué sur le dessin.



Déterminer la valeur de x si le petit carré à l'intérieur a une aire égale à $\frac{1}{221}$.