WiSe 2022/23

Stochastik für die Informatik Hausaufgabenblatt 1

Ausgabe: 21.10. – Abgabe: 28.10, Besprechung in den jeweiligen Tutorien (31. 10. - 4. 11.)

Hausaufgabe 1.1 (Inklusions-Exklusions-Formel)

3 Punkte

Beweisen Sie die folgende Aussage für einen Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathbb{P}) :

(a) Für beliebige Ereignisse $A_i \subseteq \Omega$, i = 1, 2, 3 gilt

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = \left(\sum_{i=1}^3 \mathbb{P}(A_i)\right) - \mathbb{P}(A_1 \cap A_2) - \mathbb{P}(A_1 \cap A_3) - \mathbb{P}(A_2 \cap A_3) + \mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3).$$

Hausaufgabe 1.2

2 Punkte

Eine Befragung von 1000 Personen im Rahmen einer Studie über Süßigkeiten ergab das folgende Bild: 809 Personen mögen Schokolade, 754 Bonbons, 420 Lollis, 571 Schokolade und Bonbons, 357 Schokolade und Lollis, 349 Bonbons und Lollis sowie 296 Schokolade, Bonbons und Lollis. Begründen Sie, dass diese Zahlen einen Fehler enthalten.

Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 1

Hausaufgabe 1.3 (Bedingte Wahrscheinlichkeiten)

Es seien A und B Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) = 2/3$, $\mathbb{P}(B) = 1/3$ und $\mathbb{P}(A \cap B) = 1/5$. Berechnen Sie:

- (a) $\mathbb{P}(B|A)$

- (b) $\mathbb{P}(A|B)$ (c) $\mathbb{P}(A \cup B)$ (d) $\mathbb{P}(A^c|B)$ (e) $\mathbb{P}(B^c|A^c)$

Hausaufgabe 1.4 (Bedingte Wahrscheinlichkeiten)

2 Punkte

Für zwei Ereignisse A und B bestimmen Sie $\mathbb{P}(B|A)$, falls

(a)
$$A \subseteq B$$
, (b) $A \cap B = \emptyset$.

Welche unmittelbaren Folgerungen ergeben sich?

Wie berechnen Sie bedingte Wahrscheinlichkeiten bei Laplace-Experimenten?

Hausaufgabe 1.5 (Bedingte Wahrscheinlichkeiten)

4 Punkte

Eine Urne enthält sechs schwarze und vier weiße Kugeln, eine zweite Urne enthält fünf schwarze und fünf weiße Kugeln. Eine faire Münze wird geworfen um zu entscheiden, aus welcher Urne gezogen wird. Man zieht dann nacheinander mit Zurücklegen zwei Kugeln aus der gewählten Urne.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Kugel schwarz ist?

- (b) Wie groß die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Kugel schwarz ist, falls die erste Kugel schwarz ist?
- (c) Wie groß die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Kugel schwarz ist, falls die Urne mit sechs schwarzen Kugeln gewählt wurde und die erste Kugel schwarz ist?
- (d) Wir betrachten die Ereignisse:

A: die Urne mit sechs schwarzen Kugeln wird gewählt und die erste Kugel ist schwarz,

B: die zweite Kugel ist schwarz.

Berechnen Sie $\mathbb{P}(A), \mathbb{P}(B)$ und $\mathbb{P}(A \cap B)$.

Hinweise zur Bearbeitung der Aufgaben:

- Die Hausaufgabenblätter werden Freitags auf Moodle veröffentlicht und enthalten Hausaufgaben, die in der darauffolgenden Woche entweder vor der Vorlesung am Freitag um 12:00 Uhr in Hörsaal V abzugeben sind oder vor Freitag 12:00 Uhr in das Schließfach Ihres Tutors (Robert-Mayer Straße 6-8, 3. Stock) eingeworfen werden müssen.
- Die Hausaufgaben werden anschließend in den Tutorien der nächsten Woche besprochen.