

## Stochastik für die Informatik Hausaufgabenblatt 10

Ausgabe: 13.01. – Abgabe: 20.01, Besprechung in den jeweiligen Tutorien (23. 01. - 27. 01.)

---

### Hausaufgabe 10.1 (Simulation der Pareto-Verteilung)

3 Punkte

Die Verteilungsfunktion einer paretoverteilter Zufallsvariable mit Parameter  $\lambda > 1$  ist  $F_X(t) = 1 - t^{1-\lambda}$  für  $t \geq 1$ , sonst ist  $F_X(t) = 0$

Sei eine auf  $[0, 1]$  gleichverteilte Zufallsvariable  $U$  gegeben. Finden Sie eine Funktion  $g$ , sodass  $g(U)$  und  $X$  die gleiche Verteilung haben. Für welchen Wert von  $\lambda > 1$  gilt  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ ?

### Hausaufgabe 10.2 ( $\chi^2$ -Verteilung)

2 Punkte

Seien  $X_1 \sim \mathcal{N}(0, 1)$  und  $X_2 \sim \mathcal{N}(0, 2.25)$  unabhängige Zufallsvariablen. Geben Sie den numerischen Wert der Wahrscheinlichkeit  $\mathbb{P}(4X_2^2 \leq 4.5 - 9X_1^2)$  an.

*Hinweis:* in Excel/LibreOffice (englische Version) gibt die Funktion `CHISQ.DIST(x,n,1)` die Wahrscheinlichkeit  $\mathbb{P}(X \leq x)$  für eine  $\chi^2$ -verteilte Zufallsvariable  $X$  mit Parameter  $n$ .

### Hausaufgabe 10.3 (Konfidenzbereiche der Normalverteilung)

6 Punkte

Die Anzahl der Bäckereien in einzigen Bezirken von West-Berlin in 1988 wurde wie folgt gegeben:

Bezirk	Kreuzbg.	Wedding	Tiergarten	Neukölln	Spandau	Charl.	Temp.	Reinick.
Anzahl	78	83	65	98	82	65	61	68

- Zuerst werden diese werden als normalverteilt angenommen mit bekanntem Erwartungswert 77.  
Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für  $\sigma^2$  zum Niveau  $\alpha = 0.02$ .
- Zunächst werden diese als normalverteilt angenommen mit unbekanntem Erwartungswert und unbekannter Varianz. Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für  $\mu$  zum Niveau  $\alpha = 0.04$ .

### Hausaufgabe 10.4 (Monte-Carlo Integration)

5 Punkte

- Gegeben, dass Sie eine auf  $[0, 1]$  gleichverteilte Zufallsvariable  $U$  generieren können, wie generieren Sie eine auf  $[-2, 2]$  gleichverteilte Zufallsvariable  $V$ ?
- Generieren Sie 1000 auf  $[-2, 2]$  gleichverteilte Pseudozufallen mit einer Programmiersprache ihrer Wahl und schreiben Sie das Minimum und das Maximum dieses Experiments mit vier Nachkommastellen auf.

- (c) Approximieren Sie die Wahrscheinlichkeit  $\mathbb{P}(X \in [-2, 2]) = \int_{-2}^2 f_X(x) dx$  für eine standardnormalverteilte Zufallsvariable  $X$  mithilfe dieser Pseudozufallen. Geben Sie die Formel explizit an, die Sie für diese Approximation verwenden und geben Sie den numerischen Wert der Approximation mit vier Nachkommastellen an. Berechnen Sie die wahre Wahrscheinlichkeit  $\mathbb{P}(X \in [-2, 2])$  nach der Tabelle über die Standardnormalverteilung und vergleichen Sie sie mit dem Ergebnis der Approximation.

*Hinweis:* Vorlesungsskript.

**Hinweise zur Bearbeitung der Aufgaben:**

- Die Hausaufgabenblätter werden Freitags auf Moodle veröffentlicht und enthalten Hausaufgaben, die in der darauf folgenden Woche entweder **vor der Vorlesung am Freitag um 12:00 Uhr** in Hörsaal V abzugeben sind oder **vor Freitag 12:00 Uhr** in das Schließfach Ihres Tutors (Robert-Mayer-Straße 6-8, 3. Stock) eingeworfen werden müssen.
- Die Hausaufgaben werden anschließend in den Tutorien der nächsten Woche besprochen.