

# Mathematische und statistische Methoden für Pharmazeut\*innen

Prof. Dr. Noemi Kurt  
FB 12, Institut für Mathematik, Goethe-Universität Frankfurt

Sommersemester 2023

# Vorlesung 2

## Inhalt

- ▶ Lösungen und Mischungen
- ▶ Massenanteile, Verdünnen, Konzentrieren
- ▶ Mischungsgleichung, Mischungskreuz

## Lernziele

- ▶ Mit Massen und Massenanteilen für Lösungen rechnen können
- ▶ Verdünnung und Konzentration berechnen können
- ▶ Mit Volumenkonzentrationen rechnen können
- ▶ Die Mischungsgleichungen und das Mischungskreuz kennen

## Benötigte Vorkenntnisse

- ▶ Rechentechniken, Prozentrechnung, Bruchrechnen
- ▶ Maßeinheiten
- ▶ Dreisatz

# Anteile, Prozente

**Prozent:**  $1\% = 0.01 = \frac{1}{100} = 1 \cdot 10^{-2}$

**Promille:**  $1\text{‰} = 0.001 = \frac{1}{1000} = 1 \cdot 10^{-3}$

**Parts per million:**  $1\text{ppm} = 0.000001 = \frac{1}{1000000} = 1 \cdot 10^{-6}$

**Vorsicht:** Bezugsgröße beachten!

# Lösungen, Massenanteile

Eine **Lösung** besteht aus einem **Stoff**, der in einem **Lösungsmittel** gelöst ist. Der Gehalt (Konzentration, Anteil) einer Lösung kann auf unterschiedliche Weise angegeben werden.

(Definition) Der **Massenanteil** (“Gewichtsprozent”) eines Stoffes  $A$  in einer Lösung  $L_{sg}$  ist

$$\omega(A) = \frac{m(A)}{m(L_{sg})},$$

wobei  $m(A)$  die Masse des gelösten Stoffes und  $m(L_{sg})$  die Masse der Lösung bezeichnet.

- ▶ Masse: Einheit g, kg...
- ▶ Massenanteil: Prozent, Promille, ppm...

# Menge und Massenanteile

**Wichtig:** Unterscheidung zwischen Lösung und Lösungsmittel, bzw. zwischen Massen und Massenanteilen:

- ▶ Löse ich **20g Stoff in 100g Lösungsmittel**, so habe ich insgesamt 120g Lösung. Der Massenanteil ist dann  $\frac{20}{120} \approx 0.166667 \approx 16.7\%$ .
- ▶ Eine **20%ige Lösung** enthält 20% des Stoffs, also 20g Stoff in 100g Lösung. Dazu benötigt man also 80g Lösungsmittel. Kontrolle: Der Massenanteil ist  $\frac{20}{20+80} = \frac{20}{100} = 0.2 = 20\%$ .

(Beispiel 2.1.3)

# Verdünnen und Konzentrieren

Gesetz von der **Erhaltung der Masse**: Beim Verdünnen oder Konzentrieren einer Lösung bleibt die Masse des gelösten Stoffes gleich. Nur der Massenanteil wird durch Zugabe bzw. Entziehen von Lösungsmittel verändert.

(Beispiel 2.2.1).

Ansatz: Umformen der Formel

$$\omega(A) = \frac{m(A)}{m(\text{Lsg})}$$

zu

$$m(\text{Lsg}) = \frac{m(A)}{w(A)}.$$

# Volumenkonzentration

Statt des **Massenanteils** betrachten wir nur die **Volumenkonzentration**.

(Definition) Die **Volumenkonzentration** (“Volumenprozent”) eines Stoffes  $A$  in einer Lösung  $L_{sg}$  ist

$$\sigma(A) = \frac{V(A)}{V(L_{sg})},$$

wobei  $V(A)$  das Volumen des gelösten Stoffes und  $V(L_{sg})$  das Volumen der Lösung bezeichnet.

- ▶ Einheiten: Volumen als  $l, ml, \dots$ , Volumenkonzentration als Dezimalzahl, oder  $\frac{l}{l}, \frac{ml}{l}, \dots$
- ▶ Volumenkonzentration wird vor allem für Lösungen von Alkohol verwendet, bei alkoholischen Getränken Angabe als “Vol.-%” (ansonsten unüblich).

# Volumenkonzentration

**Wichtig:** Verschiedene Konzentrationen haben unterschiedliche Dichten, deshalb können Volumina nicht einfach addiert werden: Ein Liter Alkohol in einem Liter Wasser ergeben **nicht** zwei Liter Lösung.

Es gilt Massenerhaltung, nicht Volumenerhaltung.

Zusammenhang:  $\text{Volumen} = \frac{\text{Masse}}{\text{Dichte}}$ .

(Beispiel 2.3.3).

# Mischungen

(Beispiel 2.4.1)

**Allgemeine Mischungsgleichung:** Sind  $m_1, m_2, \dots, m_k$  die Massen von  $k$  Lösungen mit den jeweiligen Massenanteilen  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$ , dann gilt für die Masse der Mischung dieser Lösungen  $m_M = m_1 + m_2 + \dots + m_k$ , und den zugehörigen Massenanteil  $\omega_M$

$$\omega_M \cdot m_M = \omega_1 \cdot m_1 + \omega_2 \cdot m_2 + \dots + \omega_k \cdot m_k.$$

**Spezialfall:** Zwei Lösungen ergeben das Massenverhältnis

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega_2 - \omega_M}{\omega_M - \omega_1}.$$

**Mischungskreuz:**

